Correction Révision semaine 5

Fonction linéaire

Ex.11 p.312

a. Non. **b.** Oui, $a = 4$. **c.** Oui, $a = 1{,}8$.

d. Non. **e.** Oui, $a = \frac{2}{3}$. **f.** Non.

Ex.24 p.313

a. $f(3) = -3{,}5 \times 3 = -10{,}5$.
L'image de 3 est $-10{,}5$.

b. On cherche un nombre x tel que $f(x) = -14$ c'est-à-dire tel que $-3{,}5x = -14$.
Ainsi $x = -14 : (-3{,}5) = 4$.
L'antécédent de -14 est 4.

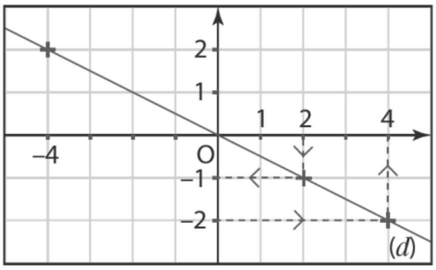
c. $f(-16) = -3{,}5 \times (-16) = 56$.

d. On cherche un nombre x tel que $f(x) = 21$ c'est-à-dire tel que $-3{,}5x = 21$.
Ainsi $x = 21 : (-3{,}5) = -6$.
Le nombre qui a pour image 21 est -6.

Ex.54 p.315

1. La représentation graphique de la fonction f est une droite qui passe par l'origine du repère donc f est une fonction linéaire.

2.



a. L'image de 2 est -1.
b. L'antécédent de -2 est 4.
3. $f(x) = -0{,}5x$.

Ex.56 p.315

$f(1) = 3$ donc, pour f, $a = \frac{3}{1} = 3$.
Donc $f(x) = 3x$.

$g(3) = 1$ donc, pour g, $a = \frac{1}{3}$.
Donc $g(x) = \frac{1}{3}x$.

$h(-4) = 2$ donc, pour h, $a = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$.
Donc $h(x) = -\frac{1}{2}x$.

Ex.30 p.313

- $P_1(x) = 7x + 2$.
On ne peut pas associer une fonction linéaire au programme P_1.
- $P_2(x) = 7x : 2 = \frac{7x}{2} = 3{,}5x$.
On peut associer la fonction linéaire de coefficient 3,5 au programme P_2.
- $P_3(x) = x + 4$.
On ne peut pas associer une fonction linéaire au programme P_3.
- $P_4(x) = x : 2 = \frac{1}{2}x$.
On peut associer la fonction linéaire de coefficient $\frac{1}{2}$ au programme P_4.

Ex.34 p.313

a. $a \times 4 = 120$ donc $a = 120 : 4 = 30$
donc $f(x) = 30x$.
b. $a \times (-10) = 8$ donc $a = 8 : (-10) = -0{,}8$
donc $f(x) = -0{,}8x$.

Ex.55 p.315

a. $f(-4) = -3$ donc $a = \frac{-3}{-4} = 0{,}75$.
$f(2) = 0{,}75 \times 2 = 1{,}5$.
Le résultat est cohérent avec la lecture graphique.

b. $f(-3) = 2$ donc $a = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$.
$f(2) = -\frac{2}{3} \times 2 = -\frac{4}{3}$.
Le résultat est cohérent avec la lecture graphique.

Ex.32 p.293

$1 + \frac{5}{100} = 1 + 0{,}05 = 1{,}05$
Augmenter un prix de 5 % revient à le multiplier par 1,05.
Une première méthode :
$120 \times 1{,}05 = 126$ €
La lampe coûte 126 €.
$49 \times 1{,}05 = 51{,}45$ €
Le miroir coûte 51,45 €.
126 € + 51,45 € = 177,45 €
Léonie doit payer 177,45 €.
Une autre méthode :
120 € + 49 € = 169 €
Les deux articles coûtent 169 €.
$169 \times 1{,}05 = 177{,}45$ €
Léonie doit payer 177,45 €.

Ex.37 p.293

a. $315 - 276 = 39$

Entre 2007 et 2013, la masse de déchets annuelle produite par un Français a baissé de 39 kg.

$\frac{39}{315} \approx 0{,}12$ or $0{,}12 = \frac{12}{100}$.

Le pourcentage de baisse est d'environ 12 %.

b. $1 - \frac{7}{100} = 1 - 0{,}07 = 0{,}93$

Diminuer une quantité de 7 %, revient à la multiplier par 0,93.

$276 \times \frac{93}{100} = 256{,}68$ kg.

En 2020, pour respecter les objectifs, la masse de déchets produite en moyenne par Français, ne devra pas dépasser 256,68 kg.

Ex.42 p.294

$1 - \frac{30}{100} = 1 - 0{,}3 = 0{,}70$

Diminuer une valeur de 30 % revient à la multiplier par 0,70.

On cherche le nombre x tel que :

$x \times 0{,}7 = 84$ ainsi $x = 84 \div 0{,}7 = 120$

Avant les soldes, la montre coûtait 120 €.

Ex.70 p.367

a. $2 \times 365 = 730$

730 heures par an

$730 \times 75 = 54\,750$

$730 \times 10 = 7\,300$

L'ampoule halogène consomme 54 750 Wh et l'ampoule LED consomme 7 300 Wh.

b. 54 750 Wh = 54,750 kWh

7 300 Wh = 7,3 kWh

$54{,}750 \times 0{,}18 = 9{,}855$

$7{,}3 \times 0{,}18 = 1{,}314$

$9{,}855 - 1{,}314 = 8{,}541$

Une valeur approchée au centime près de l'économie annuelle réalisée est 8,54 €.

c. $30\,000 : 2\,000 = 15$

On aura acheté 15 ampoules halogènes lorsque l'on achètera une nouvelle ampoule à LED.

$15 \times 2{,}25 = 33{,}75$

$33{,}75 - 16{,}50 = 17{,}25$

A l'achat, l'économie réalisée est 17,25 €.

LED :

$30\,000$ h $\times$ 10 W = 300 000 Wh = 300 kWh

$300 \times 0{,}18 = 54$

En 30 000 heures, elle a consommé 300 kWh qui coûtent 54 €.

Ampoules halogènes :

$30\,000$ h $\times$ 75 W = 2 250 000 Wh = 2 250 kWh

$2\,250 \times 0{,}18 = 405$

En 30 000 heures, elles consomment 2 250 kWh qui coûtent 405 €.

Ex.74 p.367

1. a. 1 tour en 30 min correspond à 2 tours en 1h.

La vitesse de cette roue peut s'écrire 2 tours/heure.

b. En un tour, la roue balaie par deux fois l'angle plein, soit deux fois 360°.

La vitesse de cette roue peut s'écrire 720°/heure.

c. $720 : 60 = 12$

La vitesse de cette roue s'écrit encore 12 degrés/min.

2. $\pi \times 160 \times 2 = 320\pi$

En une heure, une nacelle parcourt 320π m. Une valeur approchée de cette vitesse est 1005 m/h, soit 1,005 km/h

$$1{,}005\text{ km/h} = \frac{1{,}005\text{ km}}{1\text{ h}} = \frac{1\,005\text{ m}}{3\,600\text{ s}} \approx \frac{0{,}279\text{ m}}{1\text{ s}} = 0{,}279\text{ m/s}$$

Une valeur approchée au millième de cette vitesse est 0,279 m/s.

3. a. $28 \times 40 = 1\,120$

1 120 personnes peuvent prendre place en même temps sur cette roue.

b. $2 \times 1\,120 = 2\,240$,

En une heure, 2 240 personnes peuvent prendre place dans la roue. Le débit de cette roue est 2 240 personnes/heure.

Ex.8 p.377

a. $k = \frac{66}{44} = \frac{3}{2}$

L'aire est multipliée par $\frac{9}{4}$ et, comme la puissance est proportionnelle à l'aire, elle est aussi multipliée par $\frac{9}{4}$.

b. $E = 4 \times 10^6\ W \times 24\ h \times 365 = 35\,040 \times 10^6\ Wh$

L'énergie fournie en 1 an est $35\,040 \times 10^6$ Wh.

Ex.9 p.377

a. $\pi \times 30^2 = 900\pi$

L'aire S de la vantelle est $900\ \pi\ cm^2$ soit $0{,}09\ \pi\ m^2$.

b. $q = S \times v = 0{,}09\ \pi \times 2{,}8 = 0{,}252\ \pi \approx 0{,}791\,6$

Le débit moyen est $0{,}252\ \pi\ m^3$ /s.

Une valeur approchée de ce débit au millième près est $0{,}792\ m^3$ /s.

c. $756 : 0{,}252\ \pi \approx 955$

Il faut patienter environ 955 s.

955 : 60 ≈15,9 or 15,9 >15 donc il faudra patienter plus de 15 min.

Equation

Ex.43 p.184

$a)$ $5x+7 = 2x - 2$
$5x - 2x + 7 = 2x - 2 - 2x$
$3x + 7 = -2$
$3x + 7 - 7 = -2 - 7$
$3x = -9$
$x = -9/3 = -3$

$b)$ $3x + 2 = x - 10$
$3x - x + 2 = x - x - 10$
$2x + 2 = -10$
$2x + 2 - 2 = -10 - 2$
$2x = -12$
$x = -12/2 = -6$

Ex.44 p.184

$a)$ $2x - 5 = 5x + 1$
$2x - 5x - 5 = 5x - 5x + 1$
$-3x - 5 = 1$
$-3x - 5 + 5 = 1 + 5$
$-3x = 6$
$x = 6/(-3) = -2$

$b)$ $3 - 7x = 3x + 2$
$3 - 7x - 3x = 3x - 3x + 2$
$3 - 10x = 2$
$3 - 3 - 10x = 2 - 3$
$-10x = -1$
$x = -1/(-10) = 0{,}1$

Ex.45 p.184

$a)$ $5x - 6 = -x + 3$
$5x + x - 6 = -x + x + 3$
$6x - 6 = 3$
$6x - 6 + 6 = 3 + 6$
$6x = 9$
$x = 9/6 = 1{,}5$

$b)$ $2x - \frac{1}{3} = 1$
$2x - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3}$
$2x = \frac{4}{3}$
$x = \frac{4}{3} : 2 = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$

Ex.2 p.181

a) -4 + 2 = -2
$(-2)^2 = 4$
4 – 25 = -21

b) Soit x le nombre choisi, le résultat du programme est :
$(x + 2)^2 - 25 = (x + 2)^2 - 5^2 = (x + 2 - 5)(x + 2 + 5) = (x - 3)(x + 7)$
Le programme donne 0 signifie $(x - 3)(x + 7) = 0$
Un produit de facteurs est égal à 0 lorsque l'un des deux facteurs est égal à 0 donc :
Soit $x - 3 = 0$, soit $x + 7 = 0$
Soit $x = 3$, soit $x = -7$

Ex.89 p.187

❶ On note x la longueur, en cm, du côté du carré ABCD.

❷ L'aire du carré ABCD est x^2.
L'aire du triangle rectangle AED est $5 \times x : 2$ c'est-à-dire $2{,}5x$.
Le carré ABCD et le triangle rectangle AED ont la même aire, donc : $x^2 = 2{,}5x$.

❸ On résout cette équation :

$x^2 = 2{,}5x$

$x^2 - 2{,}5x = 2{,}5x - 2{,}5x$

$x^2 - 2{,}5x = 0.$

Il s'agit d'une équation du second degré. On factorise le membre de gauche.

$x^2 - 2{,}5x = x \times x - 2{,}5 \times x = x \times (x - 2{,}5)$

Résoudre l'équation $x^2 = 2{,}5x$ revient à résoudre l'équation $x(x - 2{,}5) = 0$.

Un produit de facteurs est nul dans le seul cas où l'un de ses facteurs est nul, c'est-à-dire :

$x = 0$ ou $x - 2{,}5 = 0$

ou $x = 2{,}5$

0 et 2,5 sont les solutions de l'équation.

❹ Si $x = 0$, ni le carré ABCD ni le triangle AED n'existent. On ne retient pas cette solution.

Si $x = 2{,}5$, le carré ABCD et le triangle rectangle AED ont la même aire.

Fonction affine

Ex.22 p.325

a. Pour le programme 1 : $f_1(x) = 7x - 2$.

Pour le programme 2 : $f_2(x) = \frac{1}{2}x + 7$.

Pour le programme 3 : $f_3(x) = x + 7$.

Pour le programme 4 : $f_4(x) = x_2 + 2$.

b. Les programmes 1, 2 et 3 correspondent à une fonction affine.

Ex.28 p.325

a. $f(x) = 0{,}05x + 5$. f est une fonction affine avec $a = 0{,}05$ et $b = 5$.

b. $f(400) = 0{,}05 \times 400 + 5 = 20 + 5 = 25$

Le montant d'une commande de 400 Go est 25 €.

c. L'antécédent de 15 par la fonction f est le nombre x tel que $f(x) = 15$, c'est-à-dire $0{,}05x + 5 = 15$

$0{,}05x = 15 - 5$

$0{,}05x = 10$

Ainsi $x = \frac{10}{0{,}05} = 200$

L'antécédent de 15 par la fonction f est 200.

15 € est le montant d'une commande de 200 Go.

Exercices photocopiés :

Exercice 1.3

f est une fonction affine telle que *f(4) = 1* et *f(7) = 2*

Déterminer une expression algébrique de la fonction *f*.

1. $a = \frac{f(7)-f(4)}{7-4} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}$
2. $f(4) = \frac{1}{3}\times 4 + b = 1$

$\frac{4}{3} + b = 1$ donc $b = 1 - \frac{4}{3} = -\frac{1}{3}$

3. $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

Exercice 1.4

g est une fonction affine telle que *g(4) = -1* et *g(5) = -4*

Déterminer une expression algébrique de la fonction *g*.

1. $a = \frac{g(4)-g(5)}{4-5} = \frac{-1-(-4)}{-1} = \frac{-1+4}{-1} = -3$
2. $g(4) = -3\times 4 + b = -1$

$-12 + b = -1$ donc $b = -1 + 12 = 11$

3. $g(x) = -3x + 11$

Exercice 1.5

h est une fonction affine telle que *h(2) = 0* et *h(8) = -3*
Déterminer une expression algébrique de la fonction *h*.

1. $a = \frac{h(8)-h(2)}{8-2} = \frac{-3-0}{6} = \frac{-3}{6} = -0{,}5$
2. $h(2) = -0{,}5\times 2 + b = 0$

$-1 + b = 0$ donc $b = 0 + 1 = 1$

3. $h(x) = -0{,}5x + 1$

Exercice 1.6

f est une fonction affine telle que *f(-2) = -1* et *f(6) = 3*
Déterminer une expression algébrique de la fonction *f*.

1. $a = \frac{f(-2)-f(6)}{-2-6} = \frac{-1-3}{-8} = \frac{4}{8} = 0{,}5$
2. $f(6) = 0{,}5\times 6 + b = 3$

$3 + b = 3$ donc $b = 3 - 3 = 0$

3. $f(x) = 0{,}5x$ *f* est une fonction linéaire

Exercice 1.7

g est une fonction affine telle que *g(5) = -6* et *g(6) = -6*
Déterminer une expression algébrique de la fonction *g*.

1. $a = \frac{g(6)-g(5)}{6-5} = \frac{-6-(-6)}{1} = 0$
2. $g(5) = 0\times 5 + b = -6$

$b = -6$

3. $g(x) = -6$

g est une fonction « constante »

Ex.42 p.327

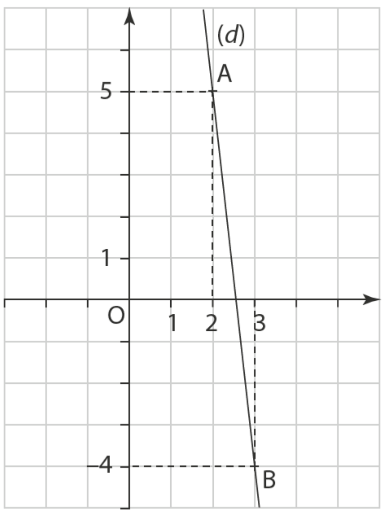
a. Le coefficient directeur $a = -2$, l'ordonnée à l'origine $b = 3$.

b. Le coefficient directeur $a = 1$, l'ordonnée à l'origine $b = 1$.

c. Le coefficient directeur $a = 3$, l'ordonnée à l'origine $b = -2$.

Ex.47 p.327

a.



b. Pour aller de A vers B, x augmente de 1 et y diminue de 9 donc le coefficient directeur $a = -9$.

c. $f(x) = -9x + b$.

Pour déterminer b, on utilise par exemple le point A (2 ; 5).

$f(2) = -9 \times 2 + b = 5$

On a donc $-18 + b = 5$

$b = 5 + 18 = 23$

Donc $f(x) = -9x + 23$.

Inéquations

Ex.67 p.185

a. $x - 3 > 2$

On regroupe les termes « en x » dans un membre et les termes « sans x » dans l'autre membre.

$$x - 3 + 3 > 2 + 3$$
$$x > 5$$

Les nombres strictement supérieurs à 5 sont les solutions de l'inéquation.

b. $y + 4 \leqslant 1$

$y + 4 - 4 \leqslant 1 - 4$

$y \leqslant -3$

Les nombres inférieurs ou égaux à -3 sont les solutions de l'inéquation.

c. $2 - x < 5$

$2 - x - 2 < 5 - 2$

$-x < 3$

On multiplie chaque membre par -1, qui est un nombre négatif, donc on change le sens de l'inégalité.

$-x \times (-1) > 3 \times (-1)$

$x > -3$

Les nombres strictement supérieurs à -3 sont les solutions de l'inéquation.

Ex.68 p.185

a. $4t \geqslant -20$

On divise chaque membre par 4, qui est un nombre strictement positif, donc on conserve le sens de l'inégalité.

$$\frac{4t}{4} \geqslant \frac{-20}{4}$$

$$t \geqslant -5$$

Les nombres supérieurs ou égaux à -5 sont les solutions de l'inéquation.

b. $-5x > 2$

On divise chaque membre par -5, qui est un nombre strictement négatif, donc on change le sens de l'inégalité.

$$\frac{-5x}{-5} < \frac{2}{-5}$$

$$x < \frac{-2}{5} \text{ soit } x < -0{,}4$$

Les nombres strictement inférieurs à $-0{,}4$ sont les solutions de l'inéquation.

c. $\frac{x}{3} \leqslant 2$

On multiplie chaque membre par 3, qui est un nombre strictement positif, donc on conserve le sens de l'inégalité.

$$\frac{x}{3} \times 3 \leqslant 2 \times 3$$

$$x \leqslant 6$$

Les nombres inférieurs ou égaux à 6 sont les solutions de l'inéquation.

Ex.69 p.185

a. $5x + 3 > 8$

$5x > 8 - 3$

$5x > 5$

$x > 1$

Les nombres strictement supérieurs à 1 sont les solutions de l'inéquation.

b. $2a - 5 \leqslant -4$

$2a \leqslant -4 + 5$

$2a \leqslant 1$

$a \leqslant \frac{1}{2}$ soit $a \leqslant 0{,}5$

Les nombres inférieurs ou égaux à 0,5 sont les solutions de l'inéquation.

c. $1 - 2x \geqslant -3$

$-2x \geqslant -3 - 1$

$-2x \geqslant -4$

On divise chaque membre par -2, qui est un nombre strictement négatif, donc on change le sens de l'inégalité.

$$\frac{-2x}{-2} \leqslant \frac{-4}{-2}$$

$$x \leqslant 2$$

Les nombres inférieurs ou égaux à 2 sont les solutions de l'inéquation.

Ex.71 p.185

a. $5x + 3 > 2x - 9$

$5x + 3 - 2x > -9$

$3x + 3 > -9$

$3x > -9 - 3$

$3x > -12$

$x > -4$

Les nombres strictement supérieurs à -4 sont les solutions de l'inéquation.

b. $4x + 1 \geqslant 6x - 2$

$1 \geqslant 6x - 2 - 4x$

$1 \geqslant 2x - 2$

$1 + 2 \geqslant 2x$

$3 \geqslant 2x$

$\frac{3}{2} \geqslant \frac{2x}{2}$

$1{,}5 \geqslant x$ c'est-à-dire $x \leqslant 1{,}5$

Les nombres inférieurs ou égaux à 1,5 sont les solutions de l'inéquation.

Ex.72 p.185

a. $2x + 3 \leqslant 3x + 1$

$3 \leqslant 3x + 1 - 2x$

$3 \leqslant x + 1$

$3 - 1 \leqslant x$

$2 \leqslant x$ c'est-à-dire $x \geqslant 2$

Les nombres supérieurs ou égaux à 2 sont les solutions de l'inéquation.

b. $5x + 4 < 2 - 3x$

$5x + 4 + 3x < 2$

$8x + 4 < 2$

$8x < 2 - 4$

$8x < -2$

$\frac{8x}{8} < \frac{-2}{8}$

$x < -0{,}25$

Les nombres strictement inférieurs à $-0{,}25$ sont les solutions de l'inéquation.

Ex.74 p.186

1. a. Avec le tarif A, le montant de la dépense, en €, est $5{,}50 \times n$ soit $5{,}5n$.

b. Avec le tarif B, le montant de la dépense, en €, est $40 + 4 \times n$ soit $40 + 4n$.

2. a.
$$4n + 40 \leqslant 5{,}5n$$
$$40 \leqslant 5{,}5n - 4n$$
$$40 \leqslant 1{,}5n$$
$$\frac{40}{1{,}5} \leqslant \frac{1{,}5n}{1{,}5}$$
$$\frac{40}{1{,}5} \leqslant n$$

$\frac{40}{1{,}5} = \frac{40 \times 2}{1{,}5 \times 2} = \frac{80}{3}$ donc $\frac{80}{3} \leqslant n$ soit $n \geqslant \frac{80}{3}$

Les nombres supérieurs ou égaux à $\frac{80}{3}$ sont les solutions de l'inéquation.

b. $\frac{80}{3} \approx 26{,}7$

Les nombres entiers qui sont solutions de cette inéquation, c'est-à-dire les nombres 27, 28, 29, etc. sont les nombres de séances pour lesquelles Maïa a intérêt à choisir le tarif B. En effet à partir de 27 séances par an, Maïa paiera moins cher avec le tarif B qu'avec le tarif A.